

## Model Pengembangan Kebijakan Inventori *Joint Replenishment* untuk Multi Produk dengan Mempertimbangkan Produk Substitusi

Elvi Armadani<sup>1</sup>, M Zaky Hadi<sup>2</sup>, Dian Fajarika<sup>3</sup>, Juniwati<sup>4</sup>, Hersa Dwi Yanuarso<sup>5</sup>

<sup>1,2,3,4,5</sup>Program Studi Teknik Industri, Institut Teknologi Sumatera

E-mail: [elvi.armadani@ti.itera.ac.id](mailto:elvi.armadani@ti.itera.ac.id)<sup>1</sup>

### Article History:

Received: 27 Juni 2023

Revised: 06 Juli 2023

Accepted: 07 Juli 2023

### Keywords: *Joint*

*Replenishment, Substitusi, Probabilistik, Consumer goods*

**Abstract:** Pendekatan *joint replenishment* merupakan salah satu metode yang digunakan dalam melakukan *replenishment* inventori. Dengan *joint replenishment*. Dengan *joint replenishment* biaya pesan dapat diminimasi karena hanya menggunakan satu kali pengiriman untuk beberapa produk sekaligus. Contoh proses *replenishment* inventori yang menggunakan pendekatan ini adalah pada retailer maupun toko grosir dengan jenis produk *consumer goods*. Ciri dari pasar *consumer goods* adalah adanya kemungkinan pemenuhan demand dengan produk lain yang sejenis, sehingga dapat dikatakan produk tersebut dapat saling mensubstitusi. Selain itu, terdapat kesulitan dalam proses *replenishment* produk jenis ini yaitu adanya ketidakpastian demand dari sisi customer. Penelitian ini mengembangkan model inventori Maddah, dkk (2016) mengenai model *joint replenishment* dengan mempertimbangkan substitusi produk. Pada penelitian ini, digunakan demand dengan sifat probabilistic. Service level telah ditetapkan sebelumnya oleh perusahaan (probabilistic sederhana). Ukuran kinerja yang diperhatikan adalah meminimasi ongkos total yang terdiri dari ongkos pembelian, ongkos pemesanan, ongkos penyimpanan, dan ongkos kekurangan. Berdasarkan uji coba model, didapati hasil bahwa model *joint replenishment* dengan substitusi memberikan ongkos total lebih rendah dibandingkan tanpa substitusi. Selain itu, model tersebut juga sensitif terhadap perubahan harga dan perubahan ongkos simpan.

## PENDAHULUAN

Pendekatan *joint replenishment* umum digunakan dalam *supply chain management*. Dengan menggunakan pendekatan *joint replenishment*, biaya tetap yang berkaitan dengan pengiriman produk dapat diminimasi salah satunya adalah biaya pesan. Dengan *joint replenishment* biaya pesan dapat diminimasi karena hanya menggunakan satu kali pengiriman (Bastos et al., 2017).

Salah satu contoh sistem yang menerapkan pendekatan *joint replenishment* adalah *retailer*

atau toko grosir yang menerima beberapa jenis produk  $l$  barang sekaligus pada waktu tertentu. Jenis produk yang biasanya di-*replenish* adalah *consumer goods*. Dalam penelitian ini, pendekatan *joint replenishment* dilakukan dengan mempertimbangkan adanya permintaan yang bersifat *substitutability* dimana terdapat beberapa produk sejenis yang dapat menstabilitas apabila produk utama tidak tersedia atau dalam kondisi *stock-out*. Dengan adanya asumsi tersebut maka *customer* dapat mengganti produk yang sejenis dengan mempertimbangkan harga produk dan ketersediaan produk (Maddah et al., 2016).

Produk *consumer goods* pada umumnya memiliki pola *demand* probabilistik. Terkait adanya ketidakpastian *demand* tersebut, maka toko atau retailer harus menyediakan *safety stock* berupa inventori produk untuk mengantisipasi adanya lonjakan permintaan. Besarnya *safety stock* dapat bergantung pada beberapa hal, salah satunya adalah pada besarnya *service level* yang ditetapkan perusahaan. Penyediaan inventori berupa *safety stock* ini diperlukan agar tidak terjadi kekurangan yang berakibat *lost sales* (Huang et al., 2016).

Kondisi produk yang dapat saling men-substitusi dan *safety stock* yang muncul akibat *demand probabilistic*, maka akan muncul *trade off* antara berapa banyak produk yang dialihkan (untuk disubstitusi) dan berapa banyak produk yang disimpan sebagai *safety stock* produk itu sendiri. Adanya *trade off* tersebut akan memberikan ongkos simpan dan ongkos pembelian yang berbeda-beda. (Derhami et al., 2021)

Telah terdapat beberapa penelitian mengenai model inventori *joint replenishment* sebelumnya. Penelitian mengenai pendekatan *joint replenishment* pada dua produk yang dapat disubstitusi dilakukan oleh Salamah dkk. (2014) (Salameh et al., 2014) dan Drezner dan Gurnani (2000) (Gurnani & Drezner, 2000). *Demand* yang digunakan bersifat deterministik dengan *one-way substitution*. Maddah, dkk (2016) (Maddah et al., 2016) melakukan pengembangan model inventori atas penelitian tersebut dengan melakukan pengembangan pada aturan substitusi produk menjadi *partial two-way substitution*.

Berdasarkan kondisi-kondisi di atas, diperlukan model *replenishment* inventori yang dapat menyelesaikan permasalahan penentuan kuantitas *replenishment* inventori yang mempertimbangkan adanya substitusi produk dua arah dan *demand* yang bersifat probabilistik.

## METODE PENELITIAN

Pengembangan model *joint replenishment* yang dilakukan berasal dari model Maddah, dkk (2016) (Maddah et al., 2016) terletak pada sifat *demand* yang berubah dari deterministik menjadi probabilistik. Pada model ini digunakan tiga jenis produk. Tujuan dari model ini adalah mencari kuantitas *replenishment* optimum untuk setiap jenis produk yang meminimasi ongkos total inventori. Berbeda dengan model Maddah, dkk (2016) (Maddah et al., 2016) pada model pengembangan diperhitungkan juga ongkos pembelian. Berikut ini adalah notasi dari model pengembangan yang digunakan

- $j$  : Indeks produk ( $j = 1,2,3, \dots n$ )
- $k$  : Indeks produk prioritas setelah produk  $j$  ( $k = 1,2,3, \dots n$ )
- $\alpha$  : *Service level* yang ditetapkan perusahaan
- $TC_j$  : Ongkos total inventori untuk produk  $j$  (Rp)
- $K_j$  : Ongkos pesan produk  $j$  (Rp/pesan)
- $p_j$  : Harga produk  $j$  (Rp/unit)
- $SS_j$  : *Safety Stock* produk  $j$  (unit)
- $Ob_j$  : Ongkos pembelian produk  $j$  (Rp)

---

$\pi_j$	: Ongkos kekurangan produk $j$ (Rp/unit)
$h_j$	: Ongkos simpan produk $j$ (Rp/unit/satuan waktu)
$H_j$	: Ongkos simpan total produk $j$ (Rp)
$S_j$	: Ongkos kekurangan total produk $j$ (Rp)
$D_j$	: <i>Demand</i> produk $j$ (unit/satuan waktu)
$D_{jk}$	: <i>Demand</i> produk $k$ saat produk $j$ habis (unit/satuan waktu)
$y_j$	: Kuantitas <i>replenishment</i> produk $j$ (unit)
$T_j$	: Waktu dicapainya tingkat <i>safety stock</i> produk $j + 1$ dari saat produk $j$ mencapai <i>safety stock</i> (satuan waktu)
$W_{jk}$	: Tingkat inventori produk $k$ saat produk $j$ mencapai <i>safety stock</i> (unit)
$Y_{jk}$	: Fraksi substitusi dari produk $j$ ke produk $k$
$l$	: Presentase ongkos simpan barang terhadap harga barang (%)
$\lambda$	: Presentase standar deviasi terhadap <i>demand</i> rata-rata (%)
$sd_j$	: Standar deviasi produk $j$ saat produk lain masih tersedia
$sd_{jk}$	: Standar deviasi produk $k$ saat produk $j$ telah mencapai <i>safety stock</i>
$N_j$	: Jumlah kekurangan produk $j$ saat produk lain masih tersedia
$N_{jk}$	: Jumlah kekurangan produk $k$ saat produk $j$ telah mencapai <i>safety stock</i>
$C$	: Konstanta untuk perhitungan jumlah kekurangan ( $N_j$ dan $N_{jk}$ )

### Formulasi Model Pengembangan

Asumsi yang digunakan pada model pengembangan adalah sebagai berikut:

- Semua produk dipesan secara bersamaan pada awal siklus pemesanan
- Jika produk utama tidak tersedia maka akan dialihkan pada produk substitusi dengan fraksi dan skenario perpindahan tertentu
- Tidak ada *lead time* pengiriman
- Demand* bersifat probabilistik
- Service level* ditetapkan perusahaan sebesar 95%
- Ongkos simpan bergantung pada harga produk dan lama waktu penyimpanan
- Ongkos pembelian tidak tergantung pada kuantitas produk dan waktu pembelian
- Kondisi kekurangan diperlakukan sebagai lost sales dengan ongkos kekurangan sebesar ( $\pi_j$ )
- Persentase ongkos simpan per unit untuk setiap produk ( $I$ ) adalah 5%
- Persentase standard deviasi terhadap demand ( $\lambda$ ) adalah 20%
- Safety stock* optimal suatu produk ( $SS_j$ ) telah memperhitungkan demand optimal yang dipindahkan sesuai fraksi perpindahan optimal ( $\gamma_{jk}$ )
- Jumlah kekurangan suatu produk ( $N_j$  dan  $N_{jk}$ ) adalah *demand* yang tidak dapat dipenuhi oleh total *stock* produk tersebut (telah memperhitungkan *safety stock* optimal)

### Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan pada model pengembangan ini adalah meminimasi ongkos total inventori yang terdiri dari ongkos pemesanan, ongkos pembelian, ongkos simpan, dan ongkos kekurangan. Perhitungan dilakukan pada seluruh skenario, dan dipilih skenario yang memberikan ongkos total inventori paling minimal.

$$\text{Minimasi min } TC = \frac{\sum_{j=1}^n K_j + \sum_{j=1}^n Ob_j + \sum_{j=1}^n (H_j + S_j)}{T} \quad (1)$$

Fungsi tujuan diatas mempertimbangkan biaya yang berkaitan dengan kebijakan inventori sebagai berikut:

1. Ongkos setup / pesan produk  $j$  ( $K_j$ )
2. Ongkos beli produk  $j$  ( $Ob_j$ )
3. Ongkos simpan produk  $j$  ( $H_j$ )
4. Ongkos kekurangan produk  $j$  ( $S_j$ )

#### Variabel Keputusan:

- $y_j$  : Kuantitas *replenishment* produk  $j$  ( $j = 1,2,3, \dots n$ )  
 $SS_j^*$  : *Safety stock* optimal produk  $j$  ( $j = 1,2,3, \dots n$ )  
 $\gamma_{jk}^*$  : Fraksi perpindahan optimal dari produk  $k$  ke produk  $j$  ( $j, k = 1,2,3, \dots n$ )

#### Variabel Antara

- $T_i$  : Waktu dicapainya tingkat *safety stock* produk ( $j + 1$ ) dari saat produk  $j$  mencapai *safety stock* (satuan waktu)  
 $W_{jk}$  : Tingkat inventori produk  $k$  saat produk  $j$  mencapai *safety stock* (unit)  
 $H_j$  : Ongkos simpan total produk  $j$  (Rp)  
 $S_j$  : Ongkos kekurangan total produk  $j$  (Rp)  
 $T$  : Durasi siklus

#### Fungsi Pembatas

**Pembatas 1.** Menjamin ongkos simpan produk  $j$  per satuan unit per satuan waktu merupakan persentase dari harga produk  $j$

$$h_j = I * p_j \quad (2)$$

**Pembatas 2.** Menjamin kuantitas pemesanan produk  $j$  ( $j$  adalah produk prioritas pertama)

$$y_j = \sqrt{\frac{2D_j(K_j + \pi_j N_j)}{h_j}} \quad (3)$$

**Pembatas 3.** Menjamin kuantitas pemesanan produk  $j$  ( $k$  adalah produk selain prioritas pertama)

$$y_{jk} = \sqrt{\frac{2D_{jk}(K_k + \pi_k N_{jk})}{h_k}} \quad (4)$$

**Pembatas 4.** Ongkos pembelian produk  $j$

$$Ob_j = p_j * y_j \quad (5)$$

**Pembatas 5.** Nilai *safety stock* maksimum produk  $j$  yang diizinkan

$$SS_{jmax} = z_\alpha * s d_j \quad (6)$$

**Pembatas 6.** Menjamin *safety stock* optimal produk dimana  $j$  adalah produk prioritas pertama

$$SS_j^* = SS_{jmax} - \sum_{k=1}^n (\gamma_{jk} * D_j) \quad (7)$$

**Pembatas 7.** Menjamin *safety stock optimal* produk  $j$  dimana  $j$  adalah produk selain prioritas pertama

$$SS_{jk}^* = SS_{jmax} - \sum_{k=1}^n (\gamma_{jk} * D_{j-1,j}) \quad (8)$$

**Pembatas 8.** Waktu produk prioritas pertama hingga produk tersebut mencapai *safety stock optimal*.

$$\bar{T}_0 = t_1 = \frac{y_1}{D_1} \quad (9)$$

**Pembatas 9.** Waktu untuk produk  $j$  mencapai *safety stock optimal*.

$$\bar{T}_j = \frac{w_{j,j+1}}{D_{j,j+1}} \quad (10)$$

**Pembatas 10.** Durasi total waktu hingga seluruh produk mencapai *safety stock optimum*

$$T = \sum_{j=0}^{n-1} \bar{T}_j \quad (11)$$

**Pembatas 11.** *Initial* inventori untuk produk  $k$

$$w_{0k} = y_k + SS_k \quad (12)$$

**Pembatas 12.** Menjamin inventori akhir produk  $k$  adalah *safety stock optimum* produk  $k$

$$w_{kk} = SS_k^* \quad (13)$$

**Pembatas 13.** inventori produk  $k$  saat inventori produk prioritas sebelumnya (produk  $j$ ) mencapai *safety stock optimum*

$$w_{jk} = w_{j-1,k} - \bar{T}_{j-1} D_{j-1,k} \quad (14)$$

**Pembatas 14.** *Demand* awal produk  $k$

$$D_{0k} = D_k ; k = 1, 2, 3, \dots n ; k = 1, 2, 3 \dots n \quad (15)$$

**Pembatas 15.** *Demand* produk  $k$  setelah ditambahkan dengan *demand* produk prioritas sebelumnya yang dipindahkan

$$D_{jk} = D_{j-1,k} + (\gamma_{jk} * + \sum_{l=1}^{j-1} \gamma_{lj} * \gamma_{jk}) D_j \quad (16)$$

**Pembatas 16.** Rumusan ongkos simpan produk 1

$$H_1 = (p_1 I) (t_1) \left( \frac{y_1}{2} + SS_1^* \right) \quad (17)$$

**Pembatas 17.** Rumusan ongkos simpan produk 2

$$H_2 = (p_2 I) \left[ t_1 \left( \frac{(y_2 + w_{12})}{2} + SS_2^* \right) + \bar{T}_1 \left( \frac{w_{12}}{2} + SS_2^* \right) \right] \quad (18)$$

**Pembatas 18.** Rumusan ongkos simpan produk 3

$$H_3 = (p_3 I) \left[ t_1 \left( \frac{(y_3 + w_{13})}{2} + SS_3^* \right) + \bar{T}_1 \left( \frac{(w_{13} + w_{23})}{2} + SS_3^* \right) + \bar{T}_2 \left( \frac{w_{23}}{2} + SS_3^* \right) \right] \quad (19)$$

**Pembatas 19.** Rumusan ongkos kekurangan produk  $j$

$$S_j = \pi_j * N_{j-1,j} * T \quad (20)$$

**Pembatas 20.** Rumusan jumlah kekurangan produk  $j$  ( $j$  adalah produk prioritas pertama)

$$N_j = sd_j [f(z_\alpha) - z_\alpha \phi(z_\alpha)] \quad (21)$$

**Pembatas 21.** Rumusan jumlah kekurangan produk  $j$  ( $k$  adalah produk selain prioritas pertama)

$$N_{jk} = sd_{jk} [f(z_\alpha) - z_\alpha \phi(z_\alpha)] \quad (22)$$

**Pembatas 22.** Standar deviasi demand produk  $j$  ( $j$  adalah produk prioritas pertama)

$$sd_j = \lambda \times D_j \quad (23)$$

**Pembatas 23.** Standar deviasi demand produk  $k$  ( $k$  adalah produk selain prioritas pertama)

$$sd_{jk} = \lambda \times D_{jk} \quad (24)$$

**Pembatas 24.** Menjamin fraksi perpindahan optimal kurang dari sama dengan fraksi perpindahan maksimal

$$Y_{jk} \leq Y_{jkmax} \quad (25)$$

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini, model yang telah dikembangkan akan diuji dengan menggunakan data yang sudah ada pada *paper* rujukan untuk memastikan bahwa model usulan yang sudah dibangun dapat berjalan dengan benar.

### Data dan Parameterisasi

Adapun data yang dibutuhkan untuk menjalankan model adalah data yang berisi nilai dari parameter-parameter model yang terdiri dari *demand* awal setiap produk ( $D_j$ ), fraksi perpindahan dari produk  $j$  ke  $k$  ( $y_{ik}$ ), biaya kekurangan per unit produk  $j$  ( $y_j$ ), ongkos simpan per unit produk  $j$  ( $h_j$ ), ongkos pesan per sekali pesan untuk produk  $j$  ( $K_j$ ), harga beli per produk  $j$  ( $p_j$ ) dan proporsi biaya pesan terhadap harga beli ( $l$ ). Khusus untuk perhitungan ongkos simpan per unit produk  $j$  diperoleh dari persentase ( $l$ ) terhadap harga beli per produk  $j$  ( $p_j$ ) di mana persentase dianggap konstan yaitu sebesar 5%. Berikut parameter yang digunakan untuk menguji model:

**Tabel 1. Parameter Model**

Produk ke-	$p_j$ (Rp)	$D_j$ (unit/waktu)	$h_j$ (Rp/unit/periode)	$\pi_j$ (Rp/unit)	$K_j$ (Rp)
1	400	30	20	4	350
2	400	33	20	5	370
3	400	33	20	3	350

Tabel 1 menunjukkan parameter-parameter biaya dan permintaan untuk masing-masing produk. Produk yang tidak dapat dipenuhi dapat dipindahkan ke produk substitusinya dengan fraksi tertentu. Tabel 2 menunjukkan fraksi perpindahan dari produk  $j$  ke produk  $k$ .

**Tabel 2. Parameter untuk fraksi perpindahan produk**

$Y_{jk}$		$k$		
		1	2	3
$j$	1	-	0,13	0,17
	2	0,16	-	0,14
	3	0,1	0,2	-

Tabel 2 menunjukkan matriks fraksi yang merupakan batas fraksi maksimum yang dapat dipindahkan dari produk  $j$  ke produk  $k$ . Fraksi maksimum perpindahan dari produk 1 ke produk 2 adalah sebesar 0,13. Fraksi maksimum perpindahan dari produk 1 ke produk 3 adalah sebesar 0,17,

fraksi maksimum perpindahan dari produk 2 ke produk 3 adalah sebesar 0,14 dan seterusnya.

### Uji Coba Model

Proses uji coba model dilakukan dengan memasukan semua nilai parameter ke dalam model. Penyelesaian model dilakukan dengan menggunakan *software* LINGO 17.0. Secara sederhana, tujuan pengujian model ini adalah memastikan model yang dibangun dapat bekerja sesuai dengan yang diharapkan. Oleh karena itu, cara yang paling mudah untuk membuktikan kinerja model adalah dengan menggunakan contoh perhitungan (*numerical examples*). Gambar 3 menunjukkan hasil perhitungan dengan menggunakan perangkat lunak LINGO 17.0 untuk scenario pertama yaitu prioritas produk yang habis pertama kali adalah produk 1, 2 lalu 3.

**Tabel 3. Rekapitulasi Contoh Perhitungan untuk Masing-masing Skenario**

Skenario 1 (1-2-3)						Skenario 4 (2-3-1)					
Produk	y	SS	$\gamma$			Produk	y	SS	$\gamma$		
			j	k	nilai				j	k	nilai
1	32.479	0.92	1	2	0.13	2	35.049	2.6944	2	3	0.1172
2	36	7.01	1	3	0.169	3	36	8.479	2	1	0.131
3	39	14.26	2	3	0.14	1	37	12.829	3	1	0.1
Biaya total (Rp)					39488	Biaya total (Rp)					38474
Skenario 2 (1-3-2)						Skenario 5 (3-1-2)					
Produk	y	SS	$\gamma$			Produk	y	SS	$\gamma$		
			j	k	nilai				j	k	nilai
1	32.479	2.5	1	3	0.17	3	34.059	2.3857	3	1	0.09
3	36	4.793	1	2	0.08	1	31	6.5749	3	2	0.172
2	40	14.158	3	2	0.2	2	40	14.158	1	2	0.13
Biaya total (Rp)					39045.4	Biaya total (Rp)					38241
Skenario 3 (2-1-3)						Skenario 6 (3-2-1)					
Produk	y	SS	$\gamma$			Produk	y	SS	$\gamma$		
			j	k	nilai				j	k	nilai
2	35.049	1.369	2	1	0.16	3	34.05	2.0599	3	2	0.2
1	32	5.644	2	3	0.13	2	35	6.732	3	1	0.07
3	39	14.268	1	3	0.17	1	37	12.829	2	1	0.16
Biaya total (Rp)					39121.8	Biaya total (Rp)					37906

Berdasarkan Tabel 3, dapat diperoleh informasi biaya total yang ditimbulkan karena skenario pertama adalah sebesar Rp.39.488,- yang diperoleh dengan melakukan 121 buah iterasi menggunakan perangkat lunak LINGO 17.0.

Diperoleh informasi tiga kebijakan yang perlu dipertimbangkan yaitu kuantitas pemesanan produk  $j$  ( $y_j$ ), cadangan pengaman produk  $j$  ( $SS_j$ ) dan fraksi perpindahan antar produk ( $y_{jk}$ ) yang optimal. Skenario pertama menghasilkan solusi dengan rincian  $y_1$  sebesar 33 unit,  $y_2$  sebesar 36 unit,  $y_3$  sebesar 39 unit,  $SS_1$  sebesar 1 unit,  $SS_2$  sebesar 7 unit,  $SS_3$  sebesar 14 unit,  $Y_{12}$  sebesar 0,13,  $Y_{13}$  sebesar 0,169 dan  $Y_{23}$  sebesar 0,14. Untuk mempermudah pengamatan maka kebijakan yang diambil untuk kuantitas pemesanan, cadangan pengaman dan fraksi perpindahan antar produk yang optimal untuk masing-masing skenario dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3 menunjukkan hasil perhitungan untuk masing-masing skenario. Setiap skenario menggambarkan situasi kemungkinan terjadinya produk habis mengikuti urutan prioritas produk yang habis 1-2-3 untuk skenario pertama, 1-3-2 untuk skenario kedua, 2-1-3 untuk skenario ketiga, 2-3-1 untuk skenario keempat, 3-1-2 untuk skenario kelima dan 3-2-1 untuk skenario keenam.

Keenam skenario ini memberikan solusi berupa kebijakan yang dapat diambil yaitu

penentuan kuantitas pemesanan, penentuan cadangan pengaman dan penentuan fraksi perpindahan untuk skenario spesifik. Misalnya pada kondisi nyata terjadi produk yang habis adalah produk 2, kemudian diikuti dengan produk 1 lalu produk 3. Kebijakan dapat mengacu pada hasil perhitungan untuk skenario ketiga dan demikian seterusnya. Hal tersebut berarti bahwa kebijakan yang diambil tergantung pada urutan prioritas produk habis terlebih dahulu.

### Analisis Hasil Pengembangan Model

Berdasarkan tabel 3, dapat terlihat bahwa untuk setiap skenario terdapat trend yang sama pada kuantitas *safety stock*. *Trend* tersebut adalah semakin tinggi prioritas suatu produk, akan semakin sedikit *safety stock* yang disimpannya. Hasil seperti ini tetap terjadi walaupun harga produk di-set sama (prioritas selanjutnya tidak lebih kecil dari produk prioritas sebelumnya). Hal ini menandakan bahwa ada factor lain yang juga berpengaruh dalam mengurangi *safety stock* suatu produk ke produk lainnya seperti ongkos kekurangan per satuan unit untuk setiap produk yang berbeda-beda (Minner, 2012).

Fraksi perpindahan ( $\gamma$ ) dari produk  $j$  ke produk  $k$  tidak selalu mengikuti fraksi perpindahan maksimum. Hal ini terjadi sebagian besar pada kondisi dimana ongkos kekurangan produk tujuan lebih tinggi dari ongkos simpan produk yang disubstitusi. Model mencari keseimbangan seberapa besar fraksi perpindahan yang tepat diberikan melalui iterasi hingga memberikan hasil ongkos total terbaik.

### Perbandingan dengan Kondisi Tanpa Substitusi

Pengecekan validitas model dapat dilakukan dengan membandingkan hasil yang diberikan model dengan hasil yang diberikan pada kondisi lain. Kondisi lain yang dimaksud adalah jika tidak ada kemungkinan substitusi antar produk. Secara logika, adanya kemungkinan substitusi produk tentunya akan memberikan hasil lebih baik dibandingkan dengan tanpa adanya substitusi.

Perhitungan ongkos total untuk kondisi *replenishment* tanpa substitusi dilakukan berdasarkan Model Wilson Multi Item dengan beberapa penyesuaian. Pada perhitungan periode pemesanan ( $t^*$ ) dimasukkan komponen ongkos kekurangan. Pada formulasi ongkos total juga dimasukkan komponen kekurangan dan *safety stock* sebagai konsekuensi dari sifat *demand* probabilistik. Berikut adalah langkah-langkah perhitungannya.

$j =$  jenis produk (1,2, ...,  $n$ )

1. Hitung Periode Pemesanan Optimum ( $T^*$ )

$$T^* = \sqrt{\frac{2 * (\sum_{j=1}^n K_j + \sum_{j=1}^n \pi_j * N_j)}{\sum_{j=1}^n h_j * D_j}} \quad (25)$$

2. Hitung Kuantitas order optimum untuk setiap produk

$$y_j = T^* * D_j \quad (26)$$

3. Hitung standard deviasi untuk setiap produk

$$SS_j = z_{\alpha/2} * sd_j \quad (27)$$

4. Hitung jumlah kekurangan tiap produk

$$N_j = sd_j * [f_{z_\alpha} - z_\alpha * \varphi_{z_\alpha}] \quad (28)$$

#### 5. Hitung Ongkos Total

$$OT = \sum_{j=1}^n D_j * p_j + \frac{\sum_{j=1}^n K_j}{T^*} + \sum_{j=1}^n h_j \left( \frac{1}{2} y_j + SS_j \right) + \sum_{j=1}^n \pi_j * N_j * \frac{D_j}{y_j} \quad (29)$$

Dengan memasukkan data-data yang digunakan pada uji coba model ke dalam langkah-langkah perhitungan ongkos total non substitusi. Jika dibandingkan dengan kondisi dengan substitusi, terbukti bahwa ongkos total *replenishment* inventori pada kondisi substitusi lebih kecil daripada tanpa substitusi untuk semua skenario. Terjadi penghematan sebesar 4%-8%. Hal ini menandakan bahwa model yang dikembangkan sudah berjalan sesuai yang dimaksud dan memberikan hasil sesuai logika.

**Tabel 4. Hasil Perhitungan pada Kondisi Tanpa Substitusi**

Produk (j)	Yj	SSj
1	31,75	9,9
2	34,92	10,89
3	34,92	10,89
<b>Ongkos total</b>		41066

Tabel 4 adalah kondisi tanpa substitusi tentunya ongkos total akan lebih tinggi karena saat suatu produk mengalami *stockout* saat *demand* masih ada, maka *demand* tersebut langsung diperlakukan sebagai *lost sales*. Sementara pada model yang dikembangkan, terdapat kemungkinan substitusi ke produk lain yang berada pada prioritas dibawahnya, sehingga kondisi *stockout* tersebut dapat diatasi dan tidak menjadi *lost sales*. Hal ini berpengaruh signifikan dalam mengurangi ongkos kekurangan sebagai salah satu komponen pada ongkos total (Andersen et al., 2006).

## KESIMPULAN

Pada penelitian ini, dilakukan pengembangan model *joint replenishment inventory* dengan mempertimbangkan adanya substitusi (Maddah et al., 2016). Pengembangan yang dilakukan terletak pada perubahan jenis *demand* yang digunakan dimana pada model acuan digunakan *demand* deterministik, pada penelitian ini digunakan *demand* probabilistik. Adanya perubahan *demand* ini mengakibatkan adanya *safety stock* yang harus disiapkan oleh setiap produk. Dengan adanya kemungkinan substitusi, terdapat trade off berupa berapa kuantitas produk yang disimpan sebagai *safety stock* dan berapa yang disubstitusi ke produk lainnya. Berikut adalah kesimpulan dari penelitian yang dilakukan:

1. Terdapat pengaruh ongkos kekurangan terhadap kuantitas produk yang disimpan sebagai *safety stock* dan dipindahkan ke produk lain (substitusi).
2. Model yang dikembangkan memberikan hasil kebijakan inventori yang terbukti lebih baik dibandingkan dengan kondisi tanpa adanya substitusi dilihat dari ongkos total yang ditimbulkan. Terjadi penghematan sebesar 4%-8%.

3. Perubahan harga produk terhadap ongkos total dipengaruhi oleh urutan prioritas produk tersebut. Semakin tinggi prioritas suatu produk, semakin kecil produk tersebut mempengaruhi perubahan ongkos total tersebut.
4. Perubahan harga produk terhadap kuantitas pemesanan dipengaruhi oleh urutan prioritas produk tersebut. Semakin tinggi prioritas suatu produk, semakin tinggi kemungkinan produk tersebut mempengaruhi kuantitas pemesanan produk lainnya.
5. Perubahan harga produk memiliki pengaruh yang cukup signifikan terhadap kuantitas safety stock dan fraksi substitusi produk.
6. Perubahan persentase ongkos simpan memiliki pengaruh yang tidak signifikan terhadap ongkos total, namun cukup signifikan terhadap kuantitas pemesanan, kuantitas cadangan pengaman, dan fraksi substitusi.

### DAFTAR REFERENSI

- Andersen, E. T., Fitzsimons, G. J., & Simester, D. (2006). Measuring and mitigating the costs of stockouts. *Management Science*, 52(11), 1751–1763. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1060.0577>
- Bastos, L. dos S. L., Mendes, M. L., Nunes, D. R. de L., Melo, A. C. S., & Carneiro, M. P. (2017). A systematic literature review on the joint replenishment problem solutions: 2006-2015. *Production*, 27(2008), 2006–2015. <https://doi.org/10.1590/0103-6513.222916>
- Derhami, S., Montreuil, B., & Bau, G. (2021). Assessing product availability in omnichannel retail networks in the presence of on-demand inventory transshipment and product substitution. *Omega (United Kingdom)*, 102(xxxx), 102315. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2020.102315>
- Gurnanil, H., & Drezner, Z. (2000). Deterministic hierarchical substitution inventory models. *Journal of the Operational Research Society*, 51(1), 129–133. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2600843>
- Huang, L., Song, J. S., & Tong, J. (2016). Supply chain planning for random demand surges: Reactive capacity and safety stock. *Manufacturing and Service Operations Management*, 18(4), 509–524. <https://doi.org/10.1287/msom.2016.0583>
- Maddah, B., Kharbeche, M., Pokharel, S., & Ghoniem, A. (2016). Joint replenishment model for multiple products with substitution. *Applied Mathematical Modelling*, 40(17–18), 7678–7688. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2016.03.027>
- Minner, S. (2012). *Strategic Safety Stocks in Supply Chains*. Springer Berlin Heidelberg. <https://books.google.co.id/books?id=SO3vCAAQBAJ>
- Salameh, M. K., Yassine, A. A., Maddah, B., & Ghaddar, L. (2014). Joint replenishment model with substitution. *Applied Mathematical Modelling*, 38(14), 3662–3671. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.12.008>
- Andersen, E. T., Fitzsimons, G. J., & Simester, D. (2006). Measuring and mitigating the costs of stockouts. *Management Science*, 52(11), 1751–1763. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1060.0577>
- Bastos, L. dos S. L., Mendes, M. L., Nunes, D. R. de L., Melo, A. C. S., & Carneiro, M. P. (2017). A systematic literature review on the joint replenishment problem solutions: 2006-2015. *Production*, 27(2008), 2006–2015. <https://doi.org/10.1590/0103-6513.222916>

6513.222916

- Derhami, S., Montreuil, B., & Bau, G. (2021). Assessing product availability in omnichannel retail networks in the presence of on-demand inventory transshipment and product substitution. *Omega (United Kingdom)*, 102(xxxx), 102315. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2020.102315>
- Gurnanil, H., & Drezner, Z. (2000). Deterministic hierarchical substitution inventory models. *Journal of the Operational Research Society*, 51(1), 129–133. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2600843>
- Huang, L., Song, J. S., & Tong, J. (2016). Supply chain planning for random demand surges: Reactive capacity and safety stock. *Manufacturing and Service Operations Management*, 18(4), 509–524. <https://doi.org/10.1287/msom.2016.0583>
- Maddah, B., Kharbeche, M., Pokharel, S., & Ghoniem, A. (2016). Joint replenishment model for multiple products with substitution. *Applied Mathematical Modelling*, 40(17–18), 7678–7688. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2016.03.027>
- Minner, S. (2012). *Strategic Safety Stocks in Supply Chains*. Springer Berlin Heidelberg. <https://books.google.co.id/books?id=SO3vCAAQBAJ>
- Salameh, M. K., Yassine, A. A., Maddah, B., & Ghaddar, L. (2014). Joint replenishment model with substitution. *Applied Mathematical Modelling*, 38(14), 3662–3671. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.12.008>