

Kontruksi Tabel Mortalitas dengan Hukum Gompertz Menggunakan Acuan TMI 2019

Nur Jannah¹, Tri Ayu Mulyani², Monica Dwi Kusumaningsih³,
Nur Amel Fitriyan⁴, Diah Paramita Amitarwati⁵, Agung Prabowo⁶

^{1,2,3,4,6}Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Jenderal Soedirman, Purwokerto

⁵UPBJJ Universitas Terbuka Purwokerto, Banyumas Regency

E-mail: nur.jannah@mhs.unsoed.ac.id¹, ayu.mulyani@mhs.unsoed.ac.id²,
monica.kusumaningsih@mhs.unsoed.ac.id³, nur.fitriyan@mhs.unsoed.ac.id⁴,
diah.amitarwati@gmail.com⁵, agung.prabowo@unsoed.ac.id⁶

Article History:

Received: 19 Juni 2023

Revised: 21 Juni 2023

Accepted: 23 Juni 2023

Keywords: Hukum

Mortalitas Gompertz, Metode
Kuadrat Terkecil, TMI 2019

Abstract: *Tabel Mortalitas Indonesia yang bersumber pada kondisi nyata distribusi usia penduduk Indonesia untuk pertama kalinya berhasil dibuat pada tahun 1993. Tabel mortalitas tersebut dinamakan Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) I Tahun 1993. Selanjutnya, berturut-turut dihasilkan TMI II Tahun 1999 dan TMI III Tahun 2011. Dalam penyusunannya, dari TMI II ke TMI III terdapat rentang waktu yang cukup panjang (lebih dari 1 dekade) sehingga Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia (AAJI) dan Persatuan Aktuaris Indonesia (PAI) membentuk tim penyusun TMI agar dihasilkan TMI yang interval waktunya tidak terlalu panjang dari TMI sebelumnya. Pada akhirnya, dihasilkan TMI IV Tahun 2019. Dalam penelitian ini, TMI 2019 dijadikan sebagai acuan untuk menghasilkan modifikasi tabel mortalitas dengan hukum mortalitas Gompertz. Parameter-parameter pada hukum Gompertz diestimasi dengan metode kuadrat terkecil. Penelitian ini memberikan hasil adanya kesesuaian penggunaan hukum Gompertz terhadap TMI 2019 untuk laki-laki dan perempuan yang ditinjau secara visual. Grafik fungsi q_x pada tabel mortalitas yang dikonstruksi dengan hukum Gompertz berbentuk eksponensial, baik untuk laki-laki maupun perempuan. Bentuk grafik eksponensial ini selaras dengan grafik fungsi q_x yang diperoleh dari TMI 2019.*

Tabel mortalitas yang secara khusus bersumber pada kondisi nyata Indonesia untuk pertama kalinya berhasil dibuat pada tahun 1993. Tabel mortalitas tersebut dinamakan Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) I Tahun 1993. Kemudian dilanjutkan dengan berhasil disusunnya TMI II Tahun 1999. Setelah 12 tahun (lebih dari 1 dekade) baru dihasilkan TMI III Tahun 2011. Tabel tersebut dibuat dengan data antara 2004-2008. Melihat rentang waktu yang sudah cukup lama antara penyusunan TMI II dan TMI III, maka Asosiasi Asuransi Jiwa Indonesia (AAJI) dan Persatuan Aktuaris Indonesia (PAI) membentuk tim penyusun TMI IV yang mempelajari data pada masa

studi antara tahun 2013-2017. Hasilnya adalah TMI IV Tahun 2019.

Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk menghitung mortalitas laki-laki dan perempuan yaitu dengan hukum mortalitas Gompertz. Hukum Gompertz hanya memperhitungkan faktor kematian, sehingga sesuai dengan karakter tabel mortalitas yang unsur-unsurnya dikonstruksi berdasarkan pengurangan jumlah populasi dengan penyebab kematian. Banyak hal yang dapat menyebabkan kematian seseorang seperti kecelakaan, penyakit, bencana alam, maupun faktor usia. Dalam hal ini, hukum Gompertz hanya memperhitungkan kematian seseorang yang disebabkan faktor usia.

Dalam artikel ini, hukum mortalitas Gompertz digunakan untuk membangun tabel mortalitas dengan menggunakan TMI IV Tahun 2019 sebagai data acuan. Selanjutnya, penelitian ini meninjau kesesuaian antara tabel mortalitas yang dihasilkan dengan tabel mortalitas yang menjadi acuannya, yaitu TMI IV 2019.

Beberapa penelitian terkait penggunaan hukum mortalitas Gompertz untuk menghasilkan tabel mortalitas antara lain dilakukan oleh Mitus, Hidayat dkk., dan Putra. Mitus (2016), telah melakukan analisis kesesuaian antara tabel mortalitas yang dikonstruksi dengan hukum Gompertz terhadap TMI III Tahun 2011 untuk jenis kelamin laki-laki dan perempuan. Penelitian Mitus (2016) menghasilkan tabel mortalitas dengan hukum Gompertz yang berisi banyaknya orang yang hidup pada usia x tahun (l_x), banyaknya orang yang meninggal antara usia x dan $x+1$ tahun (d_x), peluang orang yang saat ini berusia x tahun akan bertahan hidup hingga usia $x+1$ tahun (p_x), dan peluang orang yang saat ini berusia x tahun meninggal sebelum mencapai usia $x+1$ tahun (q_x). Analisis terhadap peluang meninggal q_x , dihasilkan grafik fungsi q_x yang berbentuk eksponensial.

Selanjutnya Hidayat dkk. (2019), melakukan perhitungan besar dana *tabarru'* dengan metode *cost of insurance* (COI) menggunakan tabel mortalitas yang dibangun dengan penggunaan hukum mortalitas Gompertz. Pada penelitiannya tersebut, Hidayat dkk. (2019) melakukan konstruksi tabel mortalitas dengan acuan TMI 2011. Simulasi yang dilakukannya dengan menggunakan beberapa asumsi tingkat investasi dan biaya pengelolaan, memberikan kesimpulan bahwa penambahan usia peserta asuransi, mengharuskan perusahaan asuransi untuk mengalokasikan persentase dana *tabarru'* lebih besar. Hal tersebut diakibatkan peluang meninggal seseorang akan semakin besar seiring dengan penambahan usianya.

Penelitian Putra (2019) juga menganalisis hukum mortalitas yang dibangun dengan hukum mortalitas Gompertz menggunakan acuan TMI 2011. Penaksiran parameter-parameter pada hukum Gompertz dilakukan menggunakan metode *maximum likelihood estimation*. Berdasarkan nilai *average relative error* (ARE) yang dihitung untuk estimasi peluang hidup p_x , diperoleh hasil TMI 2011 untuk pria dan TMI 2011 untuk perempuan lebih sesuai jika didekati dengan hukum mortalitas Gompertz dibandingkan dengan penggunaan hukum mortalitas Makeham. Kesesuaian tersebut terjadi pada interval usia yang disarankan sebagai berikut: (1) untuk perempuan 0 - 10 tahun, 10 - 20 tahun, dan 70 - 80 tahun; (2) untuk laki-laki pada interval usia 0 - 10 tahun, 10 - 20 tahun, 20 - 30 tahun, dan 60 - 70 tahun. Interval usia yang disarankan tersebut diambil berdasarkan nilai *mean absolute percentage error* (MAPE) dibawah 1% untuk estimasi peluang hidup p_x . Akibatnya, pada interval usia tersebut, nilai estimasi peluang hidup p_x sangat berdekatan dengan nilai p_x pada TMI 2011.

Menurut Alfiana (2020), dalam analisisnya mengenai perhitungan nilai premi tahunan dari asuransi jiwa gabungan dwiguna dengan menggunakan metode Eksperimental. Penelitian yang digunakan dalam ilustrasi kasus polis asuransi jiwa yang melibatkan dua tertanggung dengan asuransi yang dibayarkan jika salah satu dari tertanggung meninggal. Berdasarkan hasil pembahasannya, probabilitas hidup di bawah asumsi Gompertz lebih kecil jika dibandingkan dengan data probabilitas hidup dari Tabel Mortalita Indonesia 2011. Hal ini memberikan dampak

.....

adanya perbedaan nilai premi asuransi jiwa gabungan dwiguna. Selain itu, adanya pengaruh nilai tukar terhadap tingkat bunga juga mempengaruhi nilai anuitas jiwa asuransi gabungan.

Menurut Ghina (2020), dalam analisisnya yang membahas premi asuransi jiwa dwiguna contingent menggunakan hukum Gompertz. Diperoleh kesimpulan, premi tahunan asuransi jiwa dwiguna contingent berdasarkan hukum Gompertz bergantung pada konstanta distribusi Gompertz, nilai tunai anuitas dan peluang meninggal bersyarat yaitu pada kondisi ditetapkan peserta berusia x tahun meninggal dan peserta berusia y tahun meninggal. Nilai tunai anuitas bergantung pada faktor diskon dan peluang hidup dimana peluang hidup berdasarkan hukum Gompertz lebih kecil dari peluang hidup tabel mortalita. Selanjutnya premi tahunan asuransi jiwa joint life dwiguna contingent lebih besar dari pada premi tahunan asuransi jiwa last survivor dwiguna contingent.

Menurut Syaftira (2017), dalam analisisnya yang bertujuan untuk menentukan premi tahunan asuransi jiwa dwiguna dengan menggunakan hukum De Moivre dan hukum Gompertz diperoleh premi asuransi jiwa dwiguna dengan hukum Gompertz lebih besar dari pada premi asuransi jiwa dwiguna dengan hukum De Moivre. Pada kasus pak Rano, jika semakin lama masa pertanggung jawaban maka besar premi yang harus dibayarkan semakin kecil, jika semakin tinggi usia tertanggung saat mengikuti asuransi maka premi yang harus dibayarkan semakin besar dan jika besar santunan yang diharapkan lebih besar maka premi yang harus dibayarkan semakin besar.

Menurut Ramadani (2019), dalam penelitiannya yang membahas tentang pengaruh penggunaan hukum mortalitas Gompertz pada penentuan besarnya asuransi jiwa dwiguna dengan metode *Full Preliminary Term*. Diperoleh kesimpulan, besar cadangan pada akhir pertanggung jawaban tanpa hukum mortalitas Gompertz dan berdasarkan hukum mortalitas Gompertz dengan metode *Full Preliminary Term* bernilai sama. Olehkarena itu, perusahaan asuransi dapat membayarkan uang pertanggung jawaban sesuai dengan kesepakatan. Pengaruh perhitungan cadangan berdasarkan hukum mortalitas Gompertz yaitu semakin besar usia tertanggung maka besarnya cadangan cenderung menurun karena terdapat konstanta Gompertz yang mempengaruhi besarnya cadangan. Jika tertanggung mengajukan klaim di tengah waktu pertanggung jawaban, pada tahun yang sama dan di usia yang sama, perhitungan cadangan dengan metode *Full Preliminary Term* tanpa hukum mortalitas Gompertz memberikan hasil yang lebih baik di setiap tahunnya.

Menurut Muzaki (2020), dalam analisisnya yang membahas mengenai perhitungan dana tabarru menggunakan hukum mortalita Mahekam dan hukum mortalita Gompertz dengan menggunakan metode *Cost of Insurance*. Diperoleh perhitungan dana tabarru dengan menerapkan hukum mortalita Gompertz dan Makeham pada metode *Cost Of Insurance* (COI) memiliki perbedaan karena terdapat parameter A yang menyatakan faktor-faktor yang memperhitungkan kematian selain usia. Selain itu, faktor yang mempengaruhi perhitungan dana tabarru dengan metode COI antara lain jenis kelamin, tingkat investasi dan besarnya biaya pengelolaan. Misalnya, semakin tinggi investasi, semakin rendah persentase dana tabarru

Merujuk pada uraian tersebut diatas, dalam penelitian ini dilakukan penyusunan tabel mortalitas dengan hukum Gompertz menggunakan dasar TMI 2019. Penaksiran parameter pada hukum Gompertz dilakukan menggunakan metode kuadrat terkecil. Tujuan dari penelitian ini adalah mengonstruksi tabel mortalitas dengan hukum Gompertz menggunakan acuan TMI 2019 dan membandingkan kesesuaian hasilnya secara grafis dengan tabel mortalitas yang menjadi acuannya. Konstruksi tabel mortalitas dilakukan untuk jenis kelamin laki-laki dan perempuan. Perbedaan penelitian ini dengan penelitian-penelitian sebelumnya terletak pada tabel mortalitas yang digunakan sebagai acuan dan metode penaksiran parameternya. Hasil konstruksi tabel mortalitas ini dapat digunakan sebagai dasar dalam perhitungan besar dana *tabarru*.

TINJAUAN PUSTAKA

.....

Tabel Mortalitas

Life table atau tabel mortalitas merupakan tabel yang menggambarkan distribusi tingkat kematian pada sekelompok orang yang diamati dalam selang waktu tertentu berdasarkan kelompok usia (Futami, 1993). Dalam penyusunan tabel mortalitas, terdapat beberapa hukum yang dapat digunakan yaitu hukum Gompertz, de Moivre, Makeham, dan Weibull. Konstruksi tabel mortalitas dilakukan dengan menggunakan beberapa persamaan matematis pada persamaan (1), (2), dan (3). Persamaan-persamaan tersebut berlaku umum, dalam artian tidak tergantung pada hukum mortalitas yang dipilih atau digunakan.

$$d_x = l_x - l_{x+1} \quad (1)$$

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} \quad (2)$$

$$q_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} \text{ atau } q_x = \frac{d_x}{l_x} \quad (3)$$

dengan:

l_x : banyaknya orang yang hidup pada usia x tahun

d_x : banyaknya orang yang meninggal antara usia x dan $x + 1$ tahun

p_x : peluang orang yang saat ini berusia x tahun akan bertahan hidup hingga usia $x + 1$

q_x : peluang orang yang saat ini berusia x tahun meninggal sebelum mencapai usia $x + 1$

Nilai-nilai untuk variabel q_x dengan $x = 0, 1, 2, 3, \dots, 112$ dihitung berdasarkan tabel mortalitas atau penyesuaian tabel mortalitas menggunakan hukum mortalitas yang dipilih.

Dalam penelitian ini digunakan hukum mortalitas Gompertz. Hukum Gompertz merupakan salah satu hukum yang digunakan dalam mendeskripsikan dan menjelaskan usia kematian seseorang. Laju kematian individu yang saat ini berusia x tahun berdasarkan hukum Gompertz mengikuti persamaan:

$$\mu_x = Bc^x, \quad B > 0, c > 1, x \geq 0. \quad (4)$$

Parameter B dikaitkan dengan tingkat kemungkinan meninggal, dan parameter c adalah peningkatan kegagalan atau kematian.

Fungsi peluang ${}_t p_x$ dan ${}_t q_x$ menurut hukum mortalitas Gompertz adalah:

$${}_t p_x = \exp \left[-\frac{Bc^x}{\ln c} (c^t - 1) \right], \quad (5)$$

Untuk melengkapi tabel mortalitas dengan hukum Gompertz didapatkan persamaan-persamaan berikut dengan mengambil $t = 1$:

$$l_x = l_0 \cdot \exp \left[-\frac{Bc^x}{\ln c} (c - 1) \right], \quad (7)$$

$$p_x = \exp \left[-\frac{B}{\ln c} (c^x - 1) \right], \quad (8)$$

$$q_x = 1 - \exp \left[-\frac{Bc^x}{\ln c} (c - 1) \right] \quad (9)$$

Persamaan (9) digunakan untuk mencari estimasi parameter B dan c menggunakan metode kuadrat terkecil, sebagai berikut:

$$q_x = 1 - \exp \left[-\frac{Bc^x}{\ln c} (c - 1) \right]$$

$$1 - q_x = \exp \left[-\frac{Bc^x}{\ln c} (c - 1) \right]$$

$$\begin{aligned}
 \ln(1 - q_x) &= -\frac{Bc^x}{\ln c}(c - 1) \\
 \ln\left(\frac{1}{(1 - q_x)}\right)^{-1} &= -\frac{Bc^x}{\ln c}(c - 1) \\
 -\ln\left(\frac{1}{(1 - q_x)}\right) &= -\frac{Bc^x}{\ln c}(c - 1) \\
 \ln\left(\frac{1}{(1 - q_x)}\right) &= \frac{Bc^x}{\ln c}(c - 1) \\
 \ln\left(\ln\left(\frac{1}{(1 - q_x)}\right)\right) &= \ln\left(\frac{Bc^x}{\ln c}(c - 1)\right) \\
 \ln\left(\ln\left(\frac{1}{(1 - q_x)}\right)\right) &= \ln c^x + \ln\left(\frac{Bc^x}{\ln c}(c - 1)\right) \\
 \ln\left(\ln\left(\frac{1}{(1 - q_x)}\right)\right) &= x \ln c + \ln\left(\frac{B}{\ln c}(c - 1)\right) \tag{10}
 \end{aligned}$$

Persamaan (10) merupakan persamaan regresi $y_i = \beta + \alpha \cdot x_i + \varepsilon_i$ dengan

$$\begin{aligned}
 y &= \ln\left(\ln\left(\frac{1}{(1 - q_x)}\right)\right) \\
 \alpha &= \ln c \\
 \beta &= \ln\left(\frac{B}{\ln c}(c - 1)\right)
 \end{aligned}$$

Penaksir untuk persamaan regresi $y_i = \beta + \alpha \cdot x_i + \varepsilon_i$ adalah $\hat{y}_i = b + a \cdot x_i$. Berdasarkan persamaan (10), terdapat dua buah variabel yang nilai-nilainya tersedia pada tabel mortalitas yaitu usia individu q dan peluang meninggal untuk individu yang berusia x yaitu q_x . Persamaan regresi diperoleh dari nilai-nilai x dan q_x yang terdapat pada TMI 2019 untuk kedua jenis kelamin. Dengan menggunakan persamaan (10) dan menempatkan variabel usia x pada sumbu- x serta sumbu- y digunakan untuk persamaan $y = \ln\left(\ln\left(\frac{1}{(1 - q_x)}\right)\right)$, maka dihasilkan persamaan regresi yang dicari. Proses pembentukan persamaan regresi berdasarkan data dilakukan pada bagian Hasil dan Pembahasan.

Mean Absolute Percentage Error

Mean absolute percentage error (MAPE) adalah alat statistik yang digunakan untuk mengukur keakuratan suatu model statistik dalam melakukan prediksi atau peramalan. Rumus MAPE:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{A_i - A_t}{A_i} \right| \times 100\%$$

dengan

n : adalah ukuran sampel

A_i : adalah nilai q_x pada TMI 2019

A_t : adalah nilai q_x pada Hukum Gompertz

Jika nilai MAPE < 10% maka semakin akurat atau bagus sebuah model dalam melakukan

peramalan. Sedangkan nilai MAPE >10% sebuah model peramalan tidak akurat atau tidak bagus.

METODE PENELITIAN

Data yang dianalisis dalam penelitian ini tersedia pada Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) 2019. Konstruksi atau modifikasi tabel mortalitas dilakukan dengan hukum Gompertz. Metode penaksiran parameter pada hukum Gompertz dilakukan dengan metode kuadrat terkecil. Perhitungan tabel mortalitas diselesaikan dengan bantuan aplikasi *Microsoft Excel* untuk mempercepat proses dan meningkatkan akurasi perhitungan.

Langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. menentukan persamaan – persamaan matematis yang diperlukan untuk menghasilkan TMI 2019 yang disesuaikan dengan hukum Gompertz;
2. menentukan peluang hidup dan meninggal tertanggung melalui tabel mortalitas;
3. menentukan persamaan regresi yang bersesuaian laju mortalitas pada hukum Gompertz;
4. menentukan konstanta – konstanta (parameter) pada hukum mortalitas Gompertz dengan metode kuadrat terkecil; dan
5. membuat penyesuaian TMI 2019 berdasarkan hukum Gompertz.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Konstruksi TMI 2019 Berdasarkan Hukum Gompertz

Laju kematian untuk hukum Gompertz telah diberikan pada Persamaan (4). Parameter B pada Persamaan (4) dikaitkan dengan tingkat kemungkinan meninggal dan parameter c pada persamaan (4) menyatakan laju kegagalan atau kematian. Berdasarkan persamaan (10) dengan mengambil sumbu- x untuk variabel x yang menyatakan usia dan $y = \ln \left(\ln \left(\frac{1}{(1-q_x)} \right) \right)$ ditempatkan pada posisi sumbu- y , serta dengan bantuan *Microsoft Excel* didapatkan persamaan regresi untuk laki-laki dan perempuan. Nilai q_x pada $y = \ln \left(\ln \left(\frac{1}{(1-q_x)} \right) \right)$ diambil dari TMI 2019 Persamaan regresi yang diperoleh adalah $\hat{y}_l = 0,07916317x - 9,20048547$ untuk jenis kelamin laki-laki dan $\hat{y}_p = 0,079063545x - 9,509513076$ untuk jenis kelamin perempuan.

Berdasarkan kedua persamaan regresi tersebut, diperoleh nilai-nilai untuk parameter Gompertz yaitu $B = 0,000144661$ dan $c = 1,08238092$ untuk jenis kelamin laki-laki dan $B = 0,000107444$ dan $c = 1,082273092$ untuk perempuan. Substitusikan B dan c pada persamaan (9) untuk memperoleh nilai q_x dalam tabel mortalitas Gompertz untuk laki-laki dan perempuan.

Hasil Konstruksi TMI 2019 Berdasarkan Hukum Gompertz

Selanjutnya, berdasarkan Persamaan (9) diperoleh nilai q_x untuk laki-laki dan perempuan dan pada Tabel 1 disusun tabel yang berisi q_x laki-laki dan perempuan berdasarkan TMI 2019 dan berdasarkan hukum Gompertz dengan acuan TMI 2019.

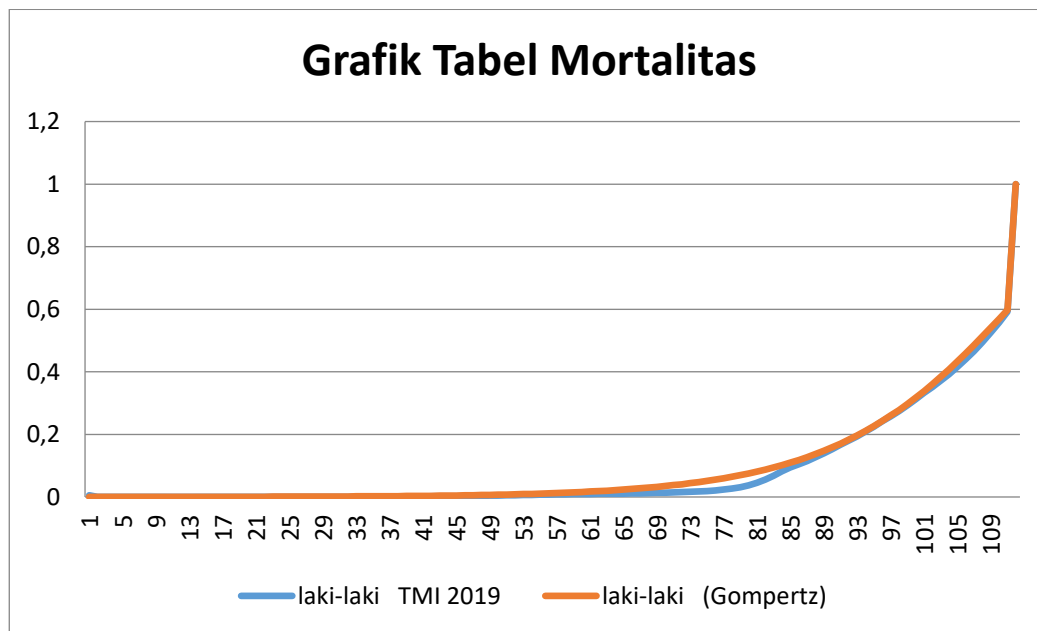
Tabel 1. Cuplikan Nilai Peluang Kematian Berdasarkan TMI 2019 dan Hukum Gompertz dengan Acuan TMI 2019

Usia	Peluang Kematian (q_x)			
	Laki-laki (TMI 2019)	Perempuan (TMI 2019)	Laki-laki (Gompertz)	Perempuan (Gompertz)
0	0,00524	0,00266	0,000150530	0,000111799

1	0,00053	0,00041	0,000162929	0,000120997
2	0,00042	0,00031	0,000176351	0,000130951
3	0,00034	0,00024	0,000190877	0,000141724
4	0,00029	0,00021	0,000206600	0,000153383
.				
.				
110	0,59244	0,58702	0,597836451	0,487852281
111	1	1	1	1

Ilustrasi Grafis untuk Tabel Mortalitas

Ilustrasi grafis untuk Tabel Mortalitas Indonesia (TMI) 2019 untuk laki-laki beserta hasil konstruksi Tabel Mortalitas berdasarkan hukum Gompertz dapat dilihat pada Gambar 1. Pada Gambar 1 disajikan grafik peluang kematian (meninggal) pada umur x atau q_x untuk Tabel Mortalitas Indonesia 2019 dan hasil konstruksi dengan Hukum Gompertz, keduanya untuk jenis kelamin laki-laki.



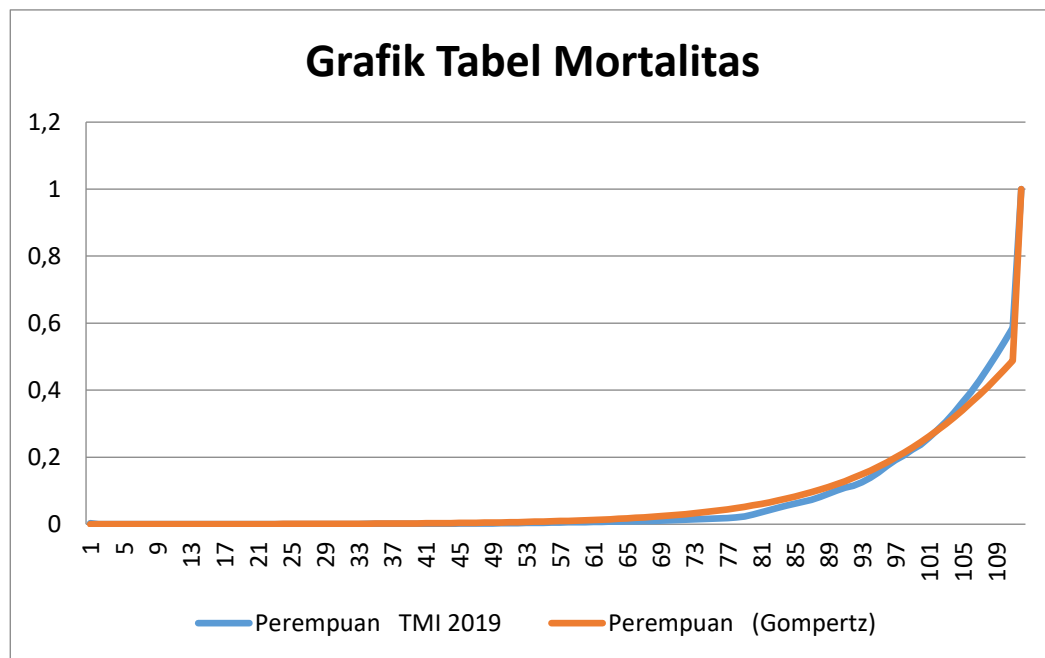
Gambar 1. Grafik Peluang Kematian untuk Laki-Laki Berdasarkan TMI 2019 dan Tabel Mortalitas berdasarkan Hukum Gompertz

Berdasarkan Gambar 1, untuk TMI 2019 memiliki nilai q_x paling rendah pada umur 10 sampai 12 tahun yaitu 0,00019. Sedangkan untuk Tabel Mortalitas Gompertz memiliki nilai q_x paling rendah pada umur 0 tahun yaitu 0,00015053. Pada tabel mortalitas Gompertz nilai q_x atau probabilitas kematian pada umur x terus naik seiring bertambahnya umur yaitu dari 0 sampai 111 tahun. Sedangkan untuk TMI 2019 terdapat kenaikan dan penurunan nilai q_x atau probabilitas kematian pada umur x , namun pada umur 8 tahun nilai q_x terus bertambah seiring bertambah umur hingga 111 tahun.

Ilustrasi grafis untuk Tabel Mortalitas Indonesia 2019 untuk perempuan beserta hasil konstruksi Tabel Mortalitas Gompertz dapat dilihat pada Gambar 2. Pada Gambar 2 disajikan grafik peluang kematian pada umur x atau q_x untuk Tabel Mortalitas Indonesia 2019 perempuan dan hasil konstruksi dengan hukum Gompertz. Grafik fungsi q_x yang diperoleh berbentuk

eksponensial, seperti yang dihasilkan dalam penelitian Mitus (2016).

Dengan mencermati Gambar 2 dapat diketahui bahwa untuk TMI 2019 memiliki q_x paling rendah pada umur 11 tahun yaitu 0,00018. Sedangkan untuk Tabel Mortalitas Gompertz memiliki nilai q_x paling rendah pada umur 0 tahun yaitu 0,00011799. Pada tabel mortalitas Gompertz nilai q_x atau peluang kematian pada umur x terus naik seiring bertambahnya umur yaitu dari 0 sampai 111 tahun. Sedangkan untuk TMI 2019 terdapat kenaikan dan penurunan nilai q_x atau probabilitas kematian pada umur x , namun pada umur 12 tahun nilai q_x terus bertambah seiring bertambah umur hingga 111 tahun.



Gambar 2. Grafik Peluang Kematian untuk Perempuan Berdasarkan TMI 2019 dan Tabel Mortalitas berdasarkan Hukum Gompertz

Dari hasil MAPE diperoleh nilai $MAPE = 73,32346$ yaitu $> 10\%$ jadi peramalan menggunakan hukum gompertz tidak akurat atau kurang bagus.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan mengenai konstruksi tabel mortalitas dengan menggunakan hukum Gompertz menghasilkan nilai-nilai parameter $B = 0,000144661$ dan $c = 1,08238092$. Grafik fungsi q_x yang diperoleh berbentuk eksponensial, seperti yang dihasilkan dalam penelitian Mitus (2016). Hasil konstruksi nilai q_x pada tabel TMI 2019 untuk laki-laki dengan menggunakan hukum Gompertz cenderung lebih rendah apabila dibandingkan dengan nilai q_x pada tabel TMI 2019 untuk laki-laki.

Sedangkan konstruksi nilai q_x pada tabel TMI 2019 untuk perempuan dengan hukum Gompertz memberikan hasil $B = 0,000107444$ dan $c = 1,082273092$. Hasil konstruksi nilai q_x pada TMI 2019 untuk perempuan dengan menggunakan hukum Gompertz cenderung lebih rendah apabila dibandingkan dengan nilai q_x pada TMI 2019 untuk perempuan. Grafik fungsi q_x yang diperoleh juga berbentuk eksponensial.

Dengan demikian konstruksi TMI 2019 dengan menggunakan hukum Gompertz dapat

dikatakan berhasil, terbukti dengan diperolehnya nilai q_x pada tabel 1. Tetapi peramalan menggunakan hukum Gompertz tidak akurat atau kurang bagus berdasarkan nilai MAPE yang diperoleh yaitu $>10\%$. Sehingga nilai q_x yang akurat adalah q_x TMI 2019.

DAFTAR REFERENSI

- Alfiana, K., dan Himayati, A.I. (2020). Penentuan Premi Asuransi Jiwa Gabungan Dwiguna dengan Asumsi Mortalita Gompertz dan Pengaruh Nilai Tukar terhadap Tingkat Bunga. *Journal of Mathematics and Mathematics Education*, 2(2): 133-140.
- Futami, T. (1993). *Matematika Asuransi Jiwa Bagian 1*. Tokyo, Japan: Oriental Life Insurance Cultural Development Centre.
- Ghina, N. (2020). Premi Asuransi Jiwa Dwiguna Contingent dengan Hukum Gompertz. *Skripsi*. Riau: Universitas Riau.
- Hidayat, F.N., Cahyandari, R., dan Awalluddin, A.S. (2019). Penerapan Hukum Mortalita Gompertz untuk Perhitungan Dana Tabarru' dengan Metode Cost of Insurance. *KUBIK: Publikasi Ilmiah Matematika*, 4(1): 156-161.
- Mitus, A. (2016). Analisis Perbandingan Survival Function dengan Hukum De Moivre dan Hukum Gompertz. *Skripsi*. Malang: Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim.
- Muzaki, T. R., Siswanah, E., & Miasary, S. D. (2020). Calculation of Tabarru Funds using Makeham's Mortalita Law and Gompertz's Mortalita Law using the Cost of Insurance Method. *Natural Sciences and Mathematics Research*, 6(1), 39.
- Putra, D.A. (2019). *Kesesuaian Hukum Mortalitas Gompertz dan Hukum Mortalitas Makeham terhadap Tabel Mortalita Indonesia 2011 Menggunakan Metode Maximum Likelihood Estimation*. Jakarta: UIN Syarif Hidayatullah .
-